

Hallar el determinante de la matriz $|A|$

Hallar
 $|A|$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$A_{3 \times 3}$

Solución del ejercicio

Por definición, en algebra lineal, toda matriz de orden cuadrado tiene determinante, es decir, una matriz tiene determinante si y solo si es de orden cuadrático, o sea, 1×1 , 2×2 , 3×3 , 4×4 , 5×5 , etc...

El determinante de una matriz se denota como $|A|$ o $\det A$, siendo A una matriz cuadrada $|A|_{n \times n}$ y el resultado es un escalar positivo o negativo según el cálculo realizado con sus elementos.

Las propiedades básicas más comunes que maneja el cálculo de determinantes es el producto por escalar.

Si $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}_{n \times n}$ donde $n = 3$ entonces $|A| = a_{11} * |mIn[a_{11}]| - a_{12} * |mIn[a_{12}]| + a_{13} * |mIn[a_{13}]|$, es decir el determinante de una matriz de orden 3×3 es el producto de cada elemento de la primera fila por el respectivo determinante interno de 3×3 . Este determinante interno que lo llamamos con fines de entendimiento como *mIn*, se obtiene cancelando toda la fila y columna donde se encuentra el elemento actual, quedando una matriz $A_{2 \times 2}$. Los signos de cada elemento de la primera fila son alternados. Este proceso resume la explicación técnica o estricta del

cálculo de los cofactores de cada elemento de la primera fila y la matriz adjunta para inversas.

No siempre la primera fila es la más eficaz para usar, es más recomendable usar la fila con más ceros como elementos, ya que ahorraría varios cálculos.

Recordar que el *cofactor* es definido como el producto de un escalar con signo (+/-) multiplicado por el determinante de la matriz menor o matriz interna.

$$\text{Así, Cofactor } A_{ij} = (-1)^{i+j} |M_{ij}|$$

\uparrow
 Calculo del signo

\uparrow
 Matriz Menor o Interna

Entonces, hallando el determinante a la matriz A por cofactores se tiene:

Vemos que la fila tres tiene más ceros por lo cual el cálculo del determinante se haría más rápido. Veamos:

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{vmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^{3+3} \cdot 1^* \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} && \text{Cofactor } A_{33} \\
 & && \text{A4x4} \\
 &= (1)^* \cdot 1^* \cdot [(-1 \cdot 1) - (2 \cdot 3)] \\
 &= (1)^* \cdot 1^* \cdot (-7) \\
 &= -7
 \end{aligned}$$